

Seconda prova parziale di Istituzioni di Matematiche

per il c.l. in Scienze e Tecnologie per i Beni Culturali

7 gennaio 2008

(1) La funzione

$$f(x) = \sin x^2 - \ln(x^2 + 1)$$

è infinitesima in $x_0 = 0$. Se ne calcoli l'ordine e la parte principale.

(2) Si calcolino i seguenti integrali:

$$\int \frac{2 \cos^2(1/x) - 1}{x^2} dx, \quad \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{e^x + 9}} dx, \quad \int \cos(\ln x) dx.$$

(3) Si consideri l'applicazione reale di variabile reale

$$f :]-\pi/2, \pi/2[\rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto f(x) = \int_0^x \operatorname{tg}^{11}(t) dt.$$

Si discuta, motivando opportunamente le risposte, se:

- a) f è monotona;
- b) f ha simmetria (pari o dispari);
- c) f è non negativa;
- d) f è suriettiva.

(4) Si calcoli il volume del solido ottenuto per rotazione attorno all'asse delle ascisse della porzione del piano coordinato xy

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 1 - x \leq y \leq e^{-x}\}.$$